

УДК 66.065

А. М. Волк, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
А. И. Вилькоцкий, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
С. В. Ярмолик, ассистент (БГТУ)

ПЛЕНОЧНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Теоретически исследовано пленочное движение жидкой фазы на поверхности проницаемого цилиндра под воздействием массовых сил поля тяжести и закрученного газового потока. Впервые получены дифференциальные уравнения движения, найдены точные решения для составляющих скорости при условии прилипания пленки на поверхности проницаемого цилиндра и равенстве касательных напряжений на границе раздела фаз, определены толщина пленки и ее давление на цилиндрическую поверхность. Проанализировано влияния оттока жидкой фазы на гидродинамику пленочного течения. Полученная математическая модель позволяет учитывать гидродинамику пленки при исследовании процессов фильтрации, сепарации и тепломассообмена.

A theoretical study film movement of the liquid phase on the surface of a permeable cylinder under the influence of the mass forces of gravity and the swirling gas flow. For the first time, the differential equations of motion, we find the exact solutions for the velocity components provided adhesion film on the surface of permeable cylinder and equality of shear stresses at the interface, to determine the thickness of the film and its pressure on the cylindrical surface. Analyzed the impact of the outflow of the liquid phase on the hydrodynamics of film flow. The resulting mathematical model to take into account in the study of the hydrodynamics of the film during the filtration, separation and heat exchange.

Введение. Анализ способов взаимодействия газожидкостных потоков в процессах разделения фаз показывает, что перспективным является способ с использованием закрученных потоков, который позволяет значительно повысить эффективность при разделении фаз и в тепломассообменных процессах.

Гидродинамика пленочного течения на проницаемых поверхностях имеет существенное значение для процессов фильтрации суспензий, отвода жидкой фазы в процессе сепарации газожидкостных потоков, при массообмене [1]. Отсос используется так же для управления пограничным слоем и влияния на устойчивость ламинарного режима движения [2, 3].

Следует отметить, что расчет параметров, влияющих на эффективность устройств с пленочным движением жидкости в режимах прямотока или противотока в сочетании с закрученным потоком газа до настоящего времени базируется в основном на экспериментальных данных.

Математическое моделирование исследуемых процессов позволяет определить оптимальные режимы, соотношение между геометрическими параметрами цилиндрических элементов конструкции и нагрузками по фазам.

Основная часть. Рассмотрим установившееся осесимметричное течение вязкой несжимаемой жидкости по внутренней стенке проницаемого цилиндра под воздействием закрученного газового потока (рисунок). Ось z цилиндрической системы координат направим вниз по оси цилиндров.

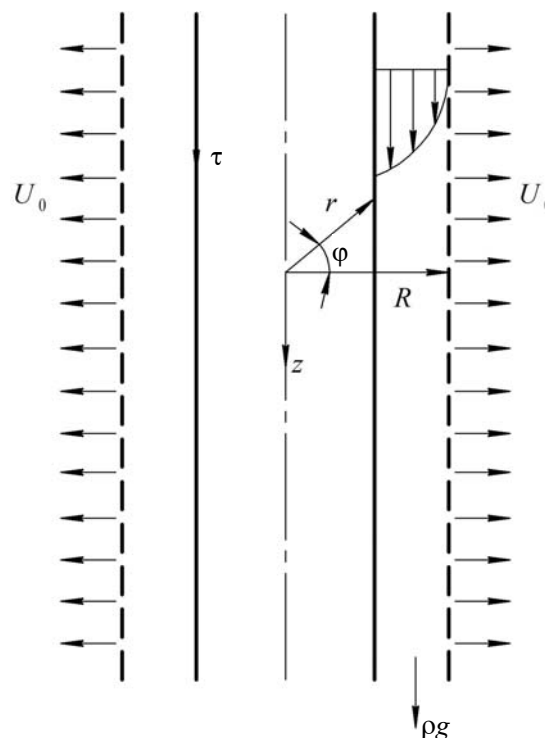


Схема двухфазного пленочного течения на проницаемой поверхности

В силу осесимметричности $\frac{\partial U}{\partial \phi} \equiv 0$. Запишем уравнения Навье – Стокса для составляющих скорости и неразрывности [4]:

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + U \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) =$$

$$= \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right); \quad (1)$$

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_\phi}{\partial r} + \frac{U_\phi U_r}{r} \right) = \rho g_\phi + \mu \left(\frac{\partial^2 U_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\phi}{\partial r} - \frac{U_\phi}{r^2} \right); \quad (2)$$

$$\rho \left(U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_\phi^2}{r} \right) = \rho g_r - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} \right); \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Скорость оттока жидкой фазы U_0 на некотором элементарном цилиндре длиной Δz будем считать постоянной. Объемный расход несжимаемой жидкости через цилиндрические поверхности равной длины будет одинаков: $2\pi r U_r \Delta z = 2\pi R U_0 \Delta z$. Отсюда находим радиальную скорость в пленке жидкости $U_r = \frac{U_0 R}{r}$. Тогда из уравнения неразрывности получим $\frac{\partial U_z}{\partial z} = 0$ и $U_z = U_z(r)$. Принимаем $\psi = \frac{\partial P}{\partial z} = \text{const.}$

Уравнения (1)–(4) преобразовываются к виду:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_z}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{U_0 R}{v} - 1 \right) \frac{dU_z}{dr} &= -\frac{\rho g - \psi}{\mu}; \\ \frac{d^2 U_\phi}{dr^2} - \frac{1}{r} \left(\frac{U_0 R}{v} - 1 \right) \frac{dU_\phi}{dr} - \frac{1}{r^2} \left(\frac{U_0 R}{v} + 1 \right) U_\phi &= 0; \\ \frac{\partial P}{\partial r} &= \rho \left(\frac{U_\phi^2}{r} + \frac{U_0^2 R^2}{r^3} \right). \end{aligned}$$

В результате получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Это означает, что решение $U = U(r)$ будет автомодельным. Выполним переход к безразмерной координате $\tilde{r} = r/R$, обозначим $\alpha = \frac{U_0 R}{v}$ и получим:

$$\frac{d^2 U_z}{d\tilde{r}^2} - \frac{(\alpha-1)}{\tilde{r}} \frac{dU_z}{d\tilde{r}} = -\frac{\rho g - \psi}{\mu} R^2; \quad (5)$$

$$\frac{d^2 U_\phi}{d\tilde{r}^2} - \frac{(\alpha-1)}{\tilde{r}} \frac{dU_\phi}{d\tilde{r}} - \frac{(\alpha+1)}{\tilde{r}^2} U_\phi = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \left(\frac{U_\phi^2}{r} + \frac{U_0^2 R^2}{r^3} \right). \quad (7)$$

Для граничных условий используем значения составляющих скорости жидкости на цилиндрической поверхности и компонентов тензора касательных напряжений

$$\tau_z = -\mu \frac{\partial U_z}{\partial r}; \quad \tau_\phi = -\mu \left(\frac{\partial U_\phi}{\partial r} - \frac{U_\phi}{r} \right) \quad (8)$$

на границе раздела фаз.

Частные решения уравнений (5)–(7) ищем в виде r^k и получаем общие решения:

$$U_z = c_1 + c_2 \tilde{r}^\alpha + \frac{\rho g - \psi}{2\mu(\alpha-1)} \tilde{r}^2; \quad (9)$$

$$U_\phi = \frac{c_3}{\tilde{r}} + c_4 \tilde{r}^{\alpha+1}. \quad (10)$$

За граничные условия принимаем условие прилипания на стенке и равенство касательных напряжений на границе раздела фаз:

$$U_z|_{\tilde{r}=1} = U_\phi|_{\tilde{r}=1} = 0; \quad \tau_z = -\frac{\mu}{R} \frac{dU_z}{d\tilde{r}} \Big|_{\tilde{r}=1-\delta}; \quad (11)$$

$$\tau_\phi = -\mu \left(\frac{\partial U_\phi}{R \partial \tilde{r}} - \frac{U_\phi}{R \tilde{r}} \right) \Big|_{\tilde{r}=1-\delta}. \quad (12)$$

Из условия равновесия сил, действующих на газовый поток:

$$\pi(R-\delta)^2 \Delta P = 2\pi(R-\delta) \tau_z l,$$

получим

$$\psi = \frac{\Delta P}{l} = \frac{2\tau_z'}{R(1-\delta)} = -\frac{2\tau_z}{R(1-\delta)}.$$

Учитывая граничные условия (11)–(12), получаем распределение скорости в пленке жидкости:

$$\begin{aligned} U_z &= \left[\frac{\tau_z R}{\mu(\alpha-2)(1-\delta)^{\alpha-1}} + \frac{\rho g R^2}{\mu\alpha(\alpha-2)(1-\delta)^{\alpha-2}} \right] \times \\ &\quad \times (1-\tilde{r}^\alpha) - \left[\frac{\rho g R^2}{2\mu\alpha(\alpha-2)} + \frac{\tau_z R}{\mu(\alpha-2)(1-\delta)} \right] (1-\tilde{r}^2); \quad (13) \end{aligned}$$

$$U_\phi = \frac{R\tau_\phi(1-\delta)^2}{\mu\alpha(1-\delta)^{\alpha+2} + 2\mu} \left(\frac{1}{\tilde{r}} - \tilde{r}^{\alpha+1} \right). \quad (14)$$

Интегрированием полученных зависимостей (13)–(14) находим объемный расход жидкой фазы на единицу периметра, среднее значение тангенциальной составляющей скорости пленки и перепад давления в радиальном направлении:

$$q = R \int_{1-\delta}^1 U_z \tilde{r} d\tilde{r}; \quad (15)$$

$$\bar{U}_\varphi = \frac{1}{\delta} \int_{1-\delta}^1 U_\varphi d\tilde{r}; \quad (16)$$

$$\Delta P_r = \rho \int_{1-\delta}^1 \left(\frac{U_\varphi^2}{r} + \frac{U_0^2 R^2}{r^3} \right) d\tilde{r}. \quad (17)$$

Разложение зависимости (15) в ряд до четвертой степени включительно имеет вид

$$q = \frac{\tau_z \delta^2}{\mu} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{U_0 \delta}{\nu} + \frac{1}{8} \left(\frac{U_0^2 \delta^2}{\nu^2} + \frac{\delta^2}{R^2} \right) + \dots \right] + \frac{\rho g \delta^3}{\mu} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{24} \left(3 \frac{U_0 \delta}{\nu} - 8 \frac{\delta}{R} \right) + \dots \right]. \quad (18)$$

Данное разложение показывает, что изменение гидродинамических характеристик вследствие оттока жидкой фазы происходит, когда безразмерный комплекс Рейнольдса $\frac{U_0 \delta}{\nu}$ соизмерим с единицей.

Изменение данного объемного расхода по длине описывается уравнением

$$\frac{dq}{dz} = -U_0. \quad (19)$$

Данное разложение показывает, что изменение гидродинамических характеристик вследствие оттока жидкой фазы происходит, когда безразмерный комплекс Рейнольдса $\frac{U_0 \delta}{\nu}$ соизмерим с единицей.

Заключение. Разработана математическая модель для определения гидродинамических характеристик пленочного течения под воздействием закрученного газового потока с учетом

оттока жидкой фазы. Данная модель позволяет учитывать гидродинамику пленки при исследовании процессов фильтрования, сепарации и тепломассообмена.

Впервые выполнены теоретические исследования, позволяющие обосновать способ газопленочного проточного фильтрования, разработать методику расчета разделения многофазных потоков в полях массовых сил, эффективной сепарации газожидкостных потоков с удалением жидкой фазы и процессов массообмена.

Обозначения. c_1, c_2, c_3, c_4 – постоянные коэффициенты; g – ускорение свободного падения, м/с²; l – длина пронизаемого цилиндрического элемента, м; P – давление, Па; ΔP – перепад давления, Па/м; q – удельный объемный расход жидкой фазы, м³/(м·с); r – расстояние в радиальном направлении в цилиндрической системе координат, м; R – радиус пронизаемого цилиндрического элемента, м; $\tilde{r} = r/R$ – безразмерная радиальная координата; U_z, U_φ, U_r – осевая, тангенциальная и радиальная составляющие скорости жидкости соответственно, м/с; U_0 – скорость оттока жидкости через пронизаемую поверхность, м/с; ν – коэффициент кинематической вязкости, м²/с; z – осевая координата цилиндрической системы координат, м; δ – толщина пленки жидкости, м; $\tilde{\delta} = \delta/R$ – безразмерная толщина пленки жидкости; μ – коэффициент динамической вязкости, Н·с/м²; $\pi = 3,14159\dots$; ρ – плотность, кг/м³; τ – касательные напряжения, Н/м²; φ – угол в цилиндрической системе координат; ψ – перепад давления, Па/м.

Литература

1. Гельперин, Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. / Н. И. Гельперин. – М.: Химия, 1981. – Кн. 1. – 384 с.
2. Идельчик, И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И. Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1975. – 560 с.
3. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1969. – 742 с.
4. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1987. – 840 с.

Поступила 03.03.2013